۱- الف- معادلات ساختاری الاستیک-پلاستیک-آسیب را برای حالت یک بعدی از معادلات ساختاری در حالت کلی استخراج نمایید.

راهنمایی با قرار دادن: $[\sigma]=\begin{bmatrix}\sigma & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ و $[\varepsilon]=\varepsilon_e\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -\nu & 0\\ 0 & 0 & -\nu\end{bmatrix}+\varepsilon_p\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1/2 & 0\\ 0 & 0 & -1/2\end{bmatrix}$ و ... در معادلات ساختاری، معادلات را ساده نمایید.

ب- به کمک معادلات ساختاری یک بعدی به دست آمده، روش شناسایی پارامترهای ماده یعنی E، ν، σ_y، X_∞، γ، R و b، را با آزمون‌های تجربی کششی و فشاری یک بعدی توضیح دهید.

۲- بارگذاری تناسبی، به بارگذاری گفته می‌شود که میدان تنش به صورت حاصل‌ضرب یک تانسور وابسته به نقطه مادی مورد نظر، M، و یک اسکالر وابسته به زمان بیان گردد یعنی : $\underset{\wedge}{\sigma}(M,t)=\underset{\wedge}{S}(M).\tau(t)$

الف- نشان دهید جهت‌های اصلی تنش در طی زمان ثابت می‌مانند (البته در هر نقطه متفاوت خواهند بود):

$$[\sigma]=\begin{bmatrix}S_1 & 0 & 0\\ 0 & S_2 & 0\\ 0 & 0 & S_3\end{bmatrix}.\tau(t)$$

ب- نشان دهید تنش سه محوره، σ_H/σ_{eq}، در زمان‌های مختلف ثابت می‌ماند.

ج-با فرض رفتار الاستیک خطی همسانگرد همراه با آسیب ناهمسانگرد به صورت D_{ij}، قانون الاستیسیته وابسته به آسیب را با استفاده از مفهوم تنش موثر و اصل کرنش معادل بنویسید:

$$\frac{1}{2}\left[S_{ik}(1-D)^{-1}_{kj}+(1-D)^{-1}_{ik}S_{kj}\right].\tau(t)=\frac{E}{1+\nu}\varepsilon^e_{ij}+\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon^e_{kk}\delta_{ij}$$

و نشان دهید تانسور کرنش الاستیک و تانسور نرخ رهایی انرژی کرنشی نیز تناسبی هستند:

$$\varepsilon^e_{ij}(M,t)=e_{ij}(M).\tau(t)$$

$$Y_{ij}=\frac{1}{2}a_{imkl}\varepsilon^e_{jm}\varepsilon^e_{kl}=Y_{ij}(M).\tau^2(t)$$

د- با فرض رابطه خطی بین نرخ رشد آسیب و نرخ رهایی انرژی کرنشی نشان دهید که تانسور آسیب نیز با شرایط اولیه ، $D_{ij}(t=0)=0$، نیز تناسبی است:

$$\dot{D}_{ij}\sim Y_{ij}\ \rightarrow\ D_{ij}(M,t)=\Delta_{ij}(M)D(t)$$

که $D(t)$ یک اسکالر وابسته به زمان است.

ه - نشان دهید جهت‌های اصلی تانسور آسیب بر جهت‌های اصلی تانسور تنش منطبق‌اند و داریم:

$$\left[\tilde{\sigma}\right]=\begin{bmatrix}\frac{\sigma_1}{1-D_1} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\sigma_2}{1-D_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\sigma_3}{1-D_3}\end{bmatrix}$$