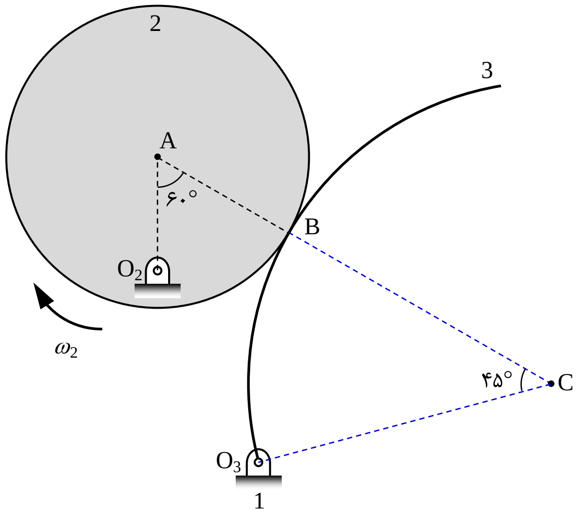
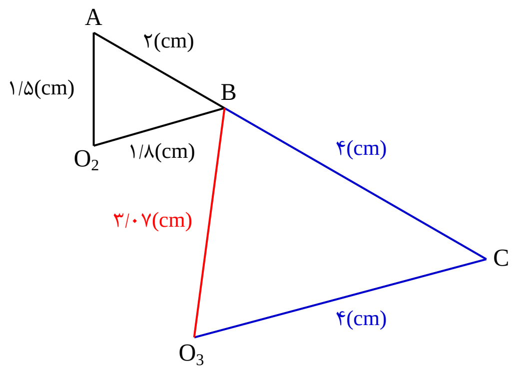
باسمه تعالی

مسأله‌ی نمونه‌ی حل شده (تماس غلتشی-لغزشی)

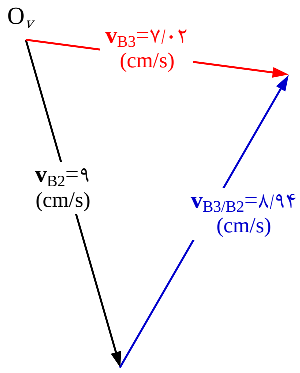
(۱) در مکانیزم شکل روبرو عضو ۲ با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_2=۵(rad/s) در جهت ساعت‌گرد دوران می‌کند. سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای عضو ۳ را برای لحظه‌ی نشان داده شده به‌دست آورید.

O_2A=۱/۵(cm) ، AB=۲(cm) ، BC=۴(cm) ، CO_3=۴(cm)





مقیاس ترسیمه‌ی سرعت
۱(cm) ≡۲(cm/s)



$$\vec{v}_{B3} = \vec{v}_{B2} + \vec{v}_{B3/B2}$$

با ترسیم رابطه‌ی بالا، اندازه‌ی بردارهای $\vec{v}_{B3}$ و $\vec{v}_{B3/B2}$ به‌دست می‌آیند. سپس با استفاده از $\vec{v}_{B3}$، سرعت زاویه‌ای عضو ۳ به‌دست می‌آید. با استفاده از اطلاعات ترسیمه، نتیجه می‌شود.

v_{B3}=۷/۰۲(cm/s) → ω_3=۲/۳(rad/s)

$v_{B3/B2}$=۸/۹۴(cm/s)

برای ادامه‌ی حل در بخش شتاب، به محاسبه‌ی سرعت نسبی نقطه‌های A و C نیاز است.

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{B3} + \left(\vec{\omega}\times \vec{B_3C}\right) = \vec{v}_{B2} + \vec{v}_{B3/B2} + \left(\vec{\omega}_3\times \vec{B_3C}\right) = \vec{v}_A + \left(\vec{\omega}_2\times \vec{AB_2}\right) + \vec{v}_{B3/B2} + \left(\vec{\omega}\times \vec{B_3C}\right)$$

$$\vec{v}_{C/A} = \vec{v}_C - \vec{v}_A = \left(\vec{\omega}_2\times \vec{AB_2}\right) + \left(\vec{\omega}\times \vec{B_3C}\right) + \vec{v}_{B3/B2}$$

در رابطه‌ی اخیر، همه‌ی بردارها موازی و عمود بر راستای ABC هستند. با توجه به اطلاعات به‌دست آمده از ترسیمه‌ی بالا، دو جمله‌ی نخست هم‌جهت هستند. اما جمله‌ی سوم، $\vec{v}_{B3/B2}$، خلاف جهت دو جمله‌ی اول است.

$v_{C/A}$=۱۰/۲۶(cm/s)

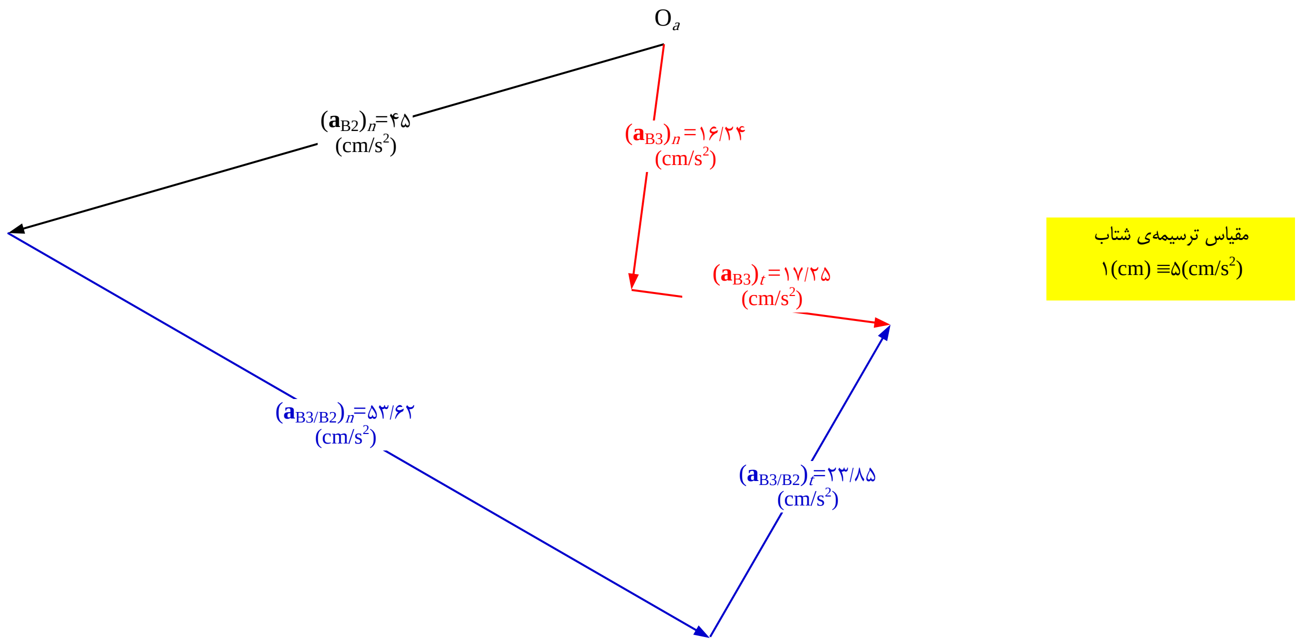
برای حل شتاب، رابطه‌ی شتاب نسبی همانند سرعت نسبی در بخش پیش نوشته می‌شود.

$$(\vec{a}_{B3})_n+(\vec{a}_{B3})_t=(\vec{a}_{B2})_n+(\vec{a}_{B3/B2})_n+(\vec{a}_{B3/B2})_t=(\vec{a}_{B2})_n+\left[(\vec{a}_{B3/C})_n+(\vec{a}_{C/A})_n+(\vec{a}_{A/B2})_n\right]+(\vec{a}_{B3/B2})_t$$

$$\left.\begin{aligned}\left|(\vec{a}_{B3/C})_n\right|&=\frac{(v_{B3/C})^2}{B_3C}=B_3C.\omega_3^{\ 2}=21.16\ (\mathrm{cm/s}^2)\\ \left|(\vec{a}_{C/A})_n\right|&=\frac{(v_{C/A})^2}{CA}=17.54\ (\mathrm{cm/s}^2)\\ \left|(\vec{a}_{A/B2})_n\right|&=\frac{(v_{A/B2})^2}{AB_2}=AB_2.\omega_2^{\ 2}=50\ (\mathrm{cm/s}^2)\end{aligned}\right\}\quad\rightarrow\quad\left|(\vec{a}_{B3/B2})_n\right|=21.16-17.54+50=53.62\ (\mathrm{cm/s}^2)$$

با استفاده از اطلاعات ترسیمه‌ی زیر نتیجه می‌شود.

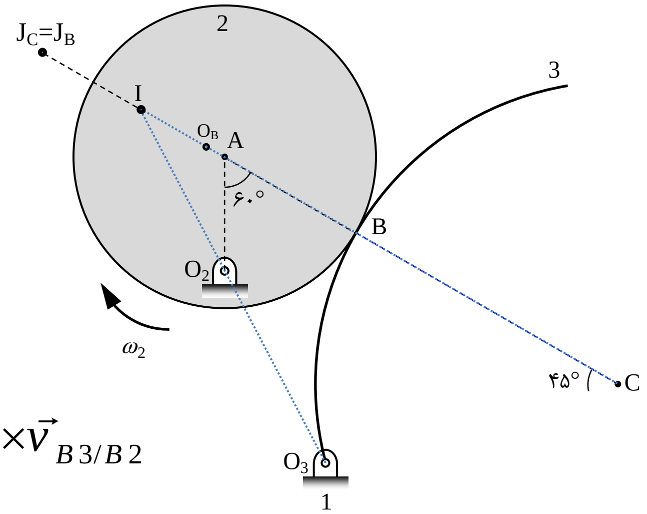
$(a_{B3})_t$=۱۷/۲۵(cm/s²) → α_3=۵/۶(rad/s²)



روش دوم: استفاده از معادله اویلر ساواری و محاسبه مرکز انحنای B_3/B_2

$$J_C C = \frac{IC^2}{AC} = \frac{7.3^2}{6} = 8.89 \quad cm$$

$$O_B B = \frac{IB^2}{J_B B} = \frac{IB^2}{J_C B} = \frac{3.26^2}{4.89} = 2.173 \quad cm$$



$$\vec{a}^{\,n}_{B_3} + \vec{a}^{\,t}_{B_3} = \vec{a}^{\,n}_{B_2} + \vec{a}^{\,t}_{B_2} + \vec{a}^{\,n}_{B_3/B_2} + \vec{a}^{\,t}_{B_3/B_2} + 2\vec{\omega}_2 \times \vec{v}_{B3/B2}$$

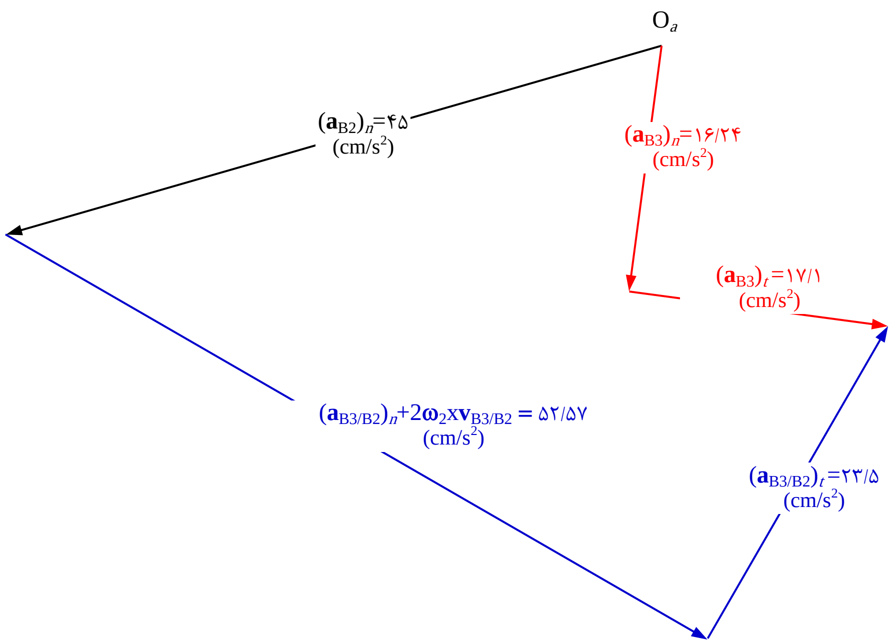
$$a^n_{B_3/B_2} = \frac{v^2_{B3/B2}}{O_B B} = \frac{8.94^2}{2.173} = 36.83 \quad cm/s^2 \quad \| \quad \overrightarrow{BO_B}$$

$$\left|2\vec{\omega}_2 \times \vec{v}_{B3/B2}\right| = 2 \times 5 \times 8.94 = 89.4 \quad cm/s^2 \quad \| \quad \overrightarrow{AC}$$

$$\left|\vec{a}^{\,n}_{B_3/B_2} + 2\vec{\omega}_2 \times \vec{v}_{B3/B2}\right| = 89.4 - 36.83 = 52.57 \quad cm/s^2 \quad \| \quad \overrightarrow{AC}$$

با استفاده از اطلاعات ترسیمه‌ی زیر نتیجه می‌شود.

$(a_{B3})_t$=۱۷/۱(cm/s^2) → α_3=۵/۵۷(rad/s^2)



مقیاس ترسیمه‌ی شتاب

۱(cm) ≡۵(cm/s^2)